

Математическое моделирование процессов тепломассообмена вентиляционного воздуха с горными породами в протяженных выработках шахт и рудников криолитозоны

Ю.А. Хохолов, А.С. Курилко

Институт горного дела Севера СО РАН, г. Якутск

Разработана математическая модель процессов тепломассообмена вентиляционного воздуха с горными породами в протяженных горных выработках шахт и рудников криолитозоны с учетом испарения и конденсации влаги. Принятым допущением массив горных пород вокруг выработки представляем областью в виде полого цилиндра. Внутренний радиус области соответствует радиусу выработки, а внешний радиус выбирается из условия распространения зоны теплового влияния вокруг выработки на расчетный временной период. Математическая модель численно реализована методами конечных разностей. Показано, что летом в устьевых частях горной выработки преобладают конденсационные процессы, а зимой – испарительные. Поступающая в неё влага из вентиляционного воздуха и горного массива интенсифицирует тепломассообменные процессы, что существенно влияет в целом на тепловой режим шахт и рудников. Численная реализация разработанной модели позволяет рассчитать динамику изменений температуры вентиляционного воздуха и его относительной влажности в зависимости от термовлажностных условий выработки, что важно для прогноза теплового режима шахты и обеспечения безопасности ведения горных работ.

Ключевые слова: тепломассообмен, горная выработка, математическая модель, испарение, конденсация, криолитозона.

Mathematical model of ventilation air and rocks heat mass exchange processes in cryolithozone extensive mine workings, with moisture vaporization and condensation taken into account, is developed. Rock mass around the working by taken assumption is considered in the shape of hollow cylinder. Internal radius of the area corresponds to working's radius, while outer radius is taken from spreading condition of heat influence zone around the working for taken temporal period. The mathematical model is numerically solved by finite difference method. It is shown, that in mine workings' mouth parts in summer period condensation processes prevail, while vaporizing in winter period. Moisture from ventilation air and rock mass getting into it, makes heat mass processes intensify, that significantly affect the mines thermal conditions as a whole. The developed model numerical implementation allows to calculate ventilation air temperature and it's relative humidity variations dynamics subject to working's hydrothermal conditions, that is important to mines thermal conditions prognosis and mining safety providing.

Key words: heat and mass transfer, mining, mathematical model, evaporation, condensation, cryolithozone.

Введение

Значительная часть шахт и рудников Севера эксплуатируется в сложных гидрогеологических условиях, когда фильтрация подземных (рудничных) вод в трещиновато-пористых горных породах приводит к большим притокам их в горные выработки. Водоприток влияет на температурные и влажностные условия в горных выработках, прогноз их динамики является важным условием обеспечения безопасных и комфортных условий труда горнорабочих.

Необходимо отметить, что прогноз тепловых и влажностных условий в выработках относится к одной из сложных задач горной теплофизики, поскольку процесс теплообмена зависит от множества факторов: изменений температуры горных пород вокруг выработок, их влажности, происходящих массообменных процессов, годовой динамики температуры воздуха, скорости вентиляционной струи, термического сопротивления крепи и т.д.

К настоящему времени разработано значительное количество методов расчета тепловых условий в горных выработках в зависимости от многообразия природных и технологических условий, тем не менее развитие их продолжается, что связано, прежде всего, с успехами вы-

ХОХОЛОВ Юрий Аркадьевич – д.т.н., в.н.с., khokholov@igds.ysn.ru; КУРИЛКО Александр Сергеевич – д.т.н., зав. лаб., a.s.kurilko@igds.ysn.ru.

числительной математики и уровнем развития ЭВМ. Рассматриваемая тепловая задача относится к классу сопряженных задач, поскольку происходит тепловое взаимодействие двух сред – воздушного потока и массива горных пород.

Прогноз температурного и влажностного режимов сети выработок шахты складывается из совокупности решений отдельных задач теплообмена в каждой выработке сети. В этой связи большое значение имеет разработка математической модели тепломассообмена вентиляционной струи с окружающим горным массивом для одиночной выработки. Летом в её устьевых частях преобладают конденсационные процессы, а зимой – испарительные. Поступающая в неё влага из массива интенсифицирует тепломассообменные процессы, что существенно влияет в целом на тепловой режим шахт и рудников [1–3].

Материалы и методы исследования

Рассматриваемый массив горных пород вокруг выработки представляет собой область в виде полого цилиндра. Внутренний радиус соответствует радиусу выработки R_e , а внешний радиус R_c выбирается из условия распространения зоны теплового влияния вокруг выработки на расчетный временной период. Длина области равняется длине выработки. Поскольку рассматриваемая задача является осесимметричной, исходная область сводится к двумерной области. Уравнение сохранения энергии в выработке с учетом фазовых переходов влаги и наличия местных источников тепла имеет вид:

$$(c_e \rho_e + c_n \rho_n) \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + v \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) = \frac{2\alpha}{R_e} (T_{cm} - T_e) + r \cdot J + \frac{q}{\pi R_e^2}, \quad 0 < x \leq L, \quad (1)$$

где T_e – температура воздуха в выработке, °С; v – скорость воздуха в выработке, м/с; t – время, с; α – коэффициент теплообмена между рудничным воздухом и стенками выработки, Вт/(м²·К); c_n, c_e – соответственно удельные теплоемкости пара и сухого воздуха, Дж/(кг·К); ρ_n, ρ_e – соответственно удельный вес пара и сухого воздуха, кг/м³; T_{cm} – температура стенки выработки, °С; r – теплота фазового перехода пар–вода, Дж/кг; J – скорость фазового перехода пар–вода, кг/(м³·с); q – тепловыделения, поступающие в шахтную атмосферу из различных источников тепла, расположенных в выработке, Вт/м; x – продольная координата, м.

Водяной пар находится в воздухе при незначительных парциальных давлениях и близок по своим свойствам к идеальному газу. Основной

особенностью влажного воздуха является то, что количество водяного пара в смеси с сухим воздухом не может превышать определенной величины, которая зависит от давления и температуры. В соответствии с законом Дальтона для газовых смесей общее давление влажного атмосферного воздуха составляет [4]:

$$p = p_e + p_n, \quad (2)$$

где p_e и p_n – соответственно парциальные давления сухого воздуха и водяного пара, Па.

Для расчета плотности пара и сухого воздуха воспользуемся уравнением состояния для идеальных газов [4]:

$$\rho_n = \frac{p_n}{R_n (T_e + 273,15)}, \quad (3)$$

$$\rho_e = \frac{p_e}{R_e (T_e + 273,15)}, \quad (4)$$

где R_n – газовая постоянная пара, равная 461,66 Дж/(кг·К); R_e – газовая постоянная сухого воздуха, равная 287,04 Дж/(кг·К).

При численных расчетах для удобства будем использовать зависимость парциального давления пара в насыщенном воздухе от его температуры, полученную путем регрессионного анализа табличных значений:

$$p_n = 600,36 \cdot \exp(0,0777 \cdot T_e). \quad (5)$$

Вентиляционный воздух в выработку поступает с определенной температурой и относительной влажностью. Если температура воздуха в выработке станет ниже, чем температура точки росы, то будет происходить конденсация паров. Скорость конденсации влаги определяется из уравнения неразрывности:

$$J = - \frac{\partial \rho_n}{\partial t} - \frac{\partial (\rho_n v)}{\partial x}. \quad (6)$$

Для численной реализации преобразуем уравнение (6):

$$\begin{aligned} J &= - \frac{\partial \rho_n}{\partial t} - v \frac{\partial \rho_n}{\partial x} - \rho_n \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial \rho_n}{\partial T_e} \frac{\partial T_e}{\partial t} - \\ &\quad v \frac{\partial \rho_n}{\partial T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} - \rho_n \frac{\partial v}{\partial x} = \\ &= - \frac{\partial \rho_n}{\partial T_e} \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + v \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) - \rho_n \frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned} \quad (7)$$

В уравнение (3) подставим зависимость давления пара в насыщенном воздухе от температуры:

$$\rho_n = \frac{600,36 \cdot \exp(0,0777 \cdot T) \cdot \varphi}{R_n (T_e + 273,15)}, \quad (8)$$

где φ – относительная влажность воздуха, доли ед.

Отсюда находим:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial T_g} = \frac{600,36 \cdot \exp(0,0777 \cdot T_g)}{R_n (T_g + 273,15)^2} \cdot \varphi \cdot [0,0777 \cdot (T_g + 273,15) - 1] \quad (9)$$

Формула для расчета скорости конденсации влаги имеет вид:

$$J = - \frac{600,36 \cdot \exp(0,0777 \cdot T_g)}{R_n (T_g + 273,15)^2} \cdot \varphi \cdot [0,0777 \cdot (T_g + 273,15) - 1] \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) - \frac{600,36 \cdot \exp(0,0777 \cdot T_g)}{R_n (T_g + 273,15)} \cdot \varphi \frac{\partial v}{\partial x} \quad (10)$$

В данной формуле при постоянной скорости вентиляционного воздуха по длине выработки вторым членом можно пренебречь. Таким образом, уравнение сохранения энергии в выработке с учетом (1) примет вид:

$$C_{эф} \cdot \left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + v \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) = \frac{2\alpha}{R_g} (T_{cm} - T_g) + \frac{q}{\pi R_g^2}, \quad (11)$$

$$0 < x \leq L,$$

где $C_{эф}$ – объемная эффективная теплоемкость воздуха, Дж/(кг·К).

Объемная эффективная теплоемкость воздуха рассчитывается с учетом влажности и температуры по формуле:

$$C_{эф} = c_g \rho_g + (c_n + r \cdot n_1) \cdot \rho_n, \quad (12)$$

где n_1 – коэффициент, зависящий от температуры, 1/°C.

Коэффициент n_1 учитывает зависимость влагосодержания, насыщенного водяными парами воздуха, от его температуры и рассчитывается с учетом зависимости парциального давления пара в насыщенном воздухе от температуры воздуха (9) и формулы (10):

$$n_1 = \frac{0,0777 \cdot (T_g + 273,15) - 1}{T_g + 273,15} \quad (13)$$

Относительную влажность воздуха определяем по формуле:

$$\varphi = \frac{100 \cdot p_n}{p_{нас}}, \quad \%, \quad (14)$$

где $p_{нас}$ – плотность пара при полном насыщении, Па.

Как известно, при появлении в горных выработках водопритоков при определенных термодинамических условиях происходит испарение влаги с их поверхностей. Уравнение неразрывности для расчета плотности пара с учетом ис-

парительных процессов имеет вид:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_n}{\partial x} = \frac{2\beta}{R_g} (\rho_{cm} - \rho_n), \quad (15)$$

где ρ_{cm} – плотность пара при полном влагонасыщении на поверхности стенки выработки, кг/м³; β – коэффициент массообмена, который рассчитывается из соотношения Льюиса, м/с [5]:

$$\beta = \frac{\alpha}{(c_g \rho_g + c_n \rho_n)}. \quad (16)$$

Процесс распространения тепла в массиве горных пород с учетом фазовых переходов влаги описывается следующим двумерным уравнением теплопроводности [6, 7]:

$$\begin{aligned} & [C(T) + L_\phi \cdot \omega \cdot \rho \cdot \delta(T - T^*)] \frac{\partial T}{\partial t} = \\ & = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left[\lambda(T) \cdot R \cdot \frac{\partial T}{\partial R} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right], \\ & 0 \leq x \leq L, R_g < R < R_c, \end{aligned} \quad (17)$$

$$C = \begin{cases} c_1 \rho_1; & T < T^*; \\ c_2 \rho_2; & T > T^*. \end{cases} \quad (18)$$

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_1; & T < T^*; \\ \lambda_2; & T > T^*, \end{cases} \quad (19)$$

где T – температура горных пород, °C; c_1, ρ_1, λ_1 (c_2, ρ_2, λ_2) – удельная теплоемкость (Дж/(кг·К)), плотность (кг/м³) и коэффициент теплопроводности (Вт/(м·К)) соответственно для мерзлых (талых) пород; L_ϕ – скрытая теплота фазовых переходов поровой влаги, Дж/кг; ω – весовая влажность пород (в долях ед.); T^* – температура фазовых переходов, °C; $\delta(T - T^*)$ – дельта-функция Дирака, 1/К; R – радиальная координата, м.

Систему уравнений (11), (15) и (17) для замыкания необходимо дополнить граничными и начальными условиями. В начальный момент времени обычно задается распределение температур в выработке и плотности пара, а также температур в окружающем массиве пород:

$$T_g = \tilde{\varphi}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad (20)$$

$$\rho_n = \tilde{\varphi}_1(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad (21)$$

$$T = \tilde{\psi}(x, R), \quad 0 \leq x \leq L, R_g \leq R \leq R_c. \quad (22)$$

На границе выработки задается граничное условие III рода:

$$\alpha(T_{cm} - T_g) = \lambda \frac{\partial T}{\partial R} \Big|_{R=R_g}. \quad (23)$$

На внешней границе области температура принимается равной естественной температуре пород:

$$T|_{R=R_1}=T_e \quad (24)$$

На боковых границах при $x=0$ и $x=L$ принимается, что потоки тепла отсутствуют, т.е. получаем граничные условия II рода:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x=0, \quad R_0 \leq R \leq R_2, \\ x=L, \quad R_0 \leq R \leq R_2. \quad (25)$$

Для решения двумерной задачи теплообмена применим метод суммарной аппроксимации [8,9], который сводит исходную задачу к последовательности одномерных задач. На каждом временном слое решается последовательность одномерных задач. Для решения одномерной задачи промерзания-протаивания пород в постановке вида (17) используем численные методы сквозного счета со сглаживанием коэффициентов [10].

Результаты и обсуждение

Для проверки работоспособности разработанной математической модели тепломассообмена вентиляционного воздуха с горными породами в протяженных горных выработках рудников и шахт криолитозоны с учетом испарения и конденсации влаги проведены тестовые расчеты при следующих основных исходных данных: длина выработки 1500 м, площадь поперечного сечения выработки 20 м^2 , расход воздуха $30 \text{ м}^3/\text{с}$.

Для сравнения на рис. 1 приведены результаты расчетов температуры вентиляционного воздуха в конце вентиляционной выработки длиной 1500 м с учетом происходящих в ней массообменных процессов и без их учета. Как видно из графиков, зимой разница температур воздуха для обоих вариантов незначительная



Рис. 1. Динамика температур воздуха на начальном и конечном участках воздухоподающей выработки длиной 1500 м

($0,8^\circ\text{C}$), а летом этот параметр достигает $8,3^\circ\text{C}$. Это объясняется тем, что влагосодержание теплого воздуха значительно выше, чем холодного, т.е. неучет массообменных процессов приводит к значительным погрешностям в расчетах для рассмотренного примера.

Выработку длиной 1500 м условно разделим на три участка по 500 м и рассмотрим два варианта расчетов: 1) водопритоки отсутствуют и 2) водопритоки наблюдаются на втором участке (на расстоянии от устья с 500 м до 1000 м).

Для сравнения на рис. 2 приведены динамики изменений относительной влажности воздуха на конце выработки при наличии водопритоків и без них. Как видно из графиков, зимой происходит снижение относительной влажности воздуха, поскольку температура воздуха постепенно повышается по мере движения по выработке, а летом процесс противоположный (относительная влажность воздуха повышается). Наличие водопритоків способствует интенсификации испарительных процессов и повышению относительной влажности воздуха.



Рис. 2. Динамика относительной влажности воздуха на начальном и конечном участках выработки длиной 1500 м

На рис. 3 приведены распределения относительной влажности воздуха по длине выработки зимой и летом для двух вариантов (наличие и отсутствие водопритоків). Отчетливо видно, что зимой резко повышается влажность начиная с расстояния 500 м от устья (начало участка с водопритоків) до 1000 м (конец участка с водопритоків), а далее начиная с 1000 м (начало третьего участка, где отсутствуют водопритоки) постепенно снижается, поскольку происходит повышение температуры по длине выработки. Летом разница значений незначительная, так как происходит постепенное снижение температуры воздуха по длине выработки и преобладают конденсационные процессы.

Закключение

Таким образом разработана математическая модель тепломассообмена вентиляционного воздуха с горными породами в протяженных горных выработках рудников и шахт криолитозоны с учетом испарения и конденсации влаги. На её основе составлена компьютерная программа для расчета количественных показателей процессов тепломассообмена в горных выработках. Численная реализация разработанной модели позволяет рассчитать динамику изменений температуры вентиляционного воздуха и его относительной влажности в зависимости от термовлажностных условий выработки, что важно для прогноза теплового режима шахты и обеспечения безопасности ведения горных работ.

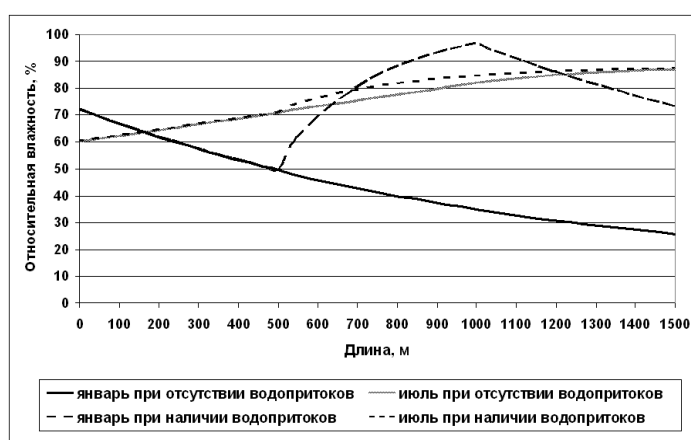


Рис. 3. Распределения относительной влажности воздуха по длине выработки зимой и летом

Литература

1. Венгеров И.Р. Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. Т. I. Анализ парадигмы. — Донецк: Норд-Пресс, 2008. — 632 с.

УДК 550.822.7

Пути совершенствования строительства скважин в многолетнемерзлых породах

Р.А. Атласов, Р.М. Скрябин, Э.Р. Туги, М.В. Николаева, А.Г. Иванов, С.С. Бердыев

Северо-Восточный федеральный университет, г. Якутск

2. Криворучко А.М. Влияние породного массива на изменение влажности воздуха в выработках глубоких шахт // Материалы семинара по горной теплотехнике. Вып. 5. — Киев: Изд-во Института техн. информ., 1964. — С. 101–103.

3. Андреев Г.Г., Попков Г.К. Исследование массообменных процессов, происходящих в горном массиве и на поверхности выработок под воздействием рудничного воздуха // Эффективная и безопасная разработка месторождений полезных ископаемых: Труды УЗПИ, вып. 3. — М.: Недра, 1971. — С. 171–176.

4. Ларионов Н.Н. Теплотехника. — М.: Стройиздат, 1985. — 432 с.

5. Изахсон В.Ю., Слепцов В.И., Бандопадхай С. Математическое моделирование тепломассообмена в горных выработках Арктики. — Новосибирск: Наука, 2000. — 120 с.

6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1977. — 736 с.

7. Охлопков Н.М., Васильев В.И., Попов Ф.С. и др. Численные методы решения задач теплообмена подземных и наземных сооружений с мерзлым грунтом // Методы механики сплошной среды. — Якутск: Изд-во ЯФ СО АН СССР, 1977. — С. 5–18.

8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 784 с.

9. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1983. — 616 с.

10. Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана // Журнал вычислит. мат. и мат. физики. — 1965. — Т. 5, №5. — С. 816–827.

Поступила в редакцию 15.12.2014

АТЛАСОВ Ринат Александрович — ст. преподаватель, atlasov.rinat@mail.ru; СКРЯБИН Рево Миронович — к.т.н., проф., зав. каф., yakutsk_09@mail.ru; ТУГИ Эвальд Раймонович — доцент, ndsvfu@mail.ru; НИКОЛАЕВА Мария Валентиновна — зав. лаб., mnikolaeva1990@gmail.com; ИВАНОВ Александр Геннадиевич — зав. лаб., iag-sakha@mail.ru; БЕРДЫЕВ Саид Сангинмуродович — ст. преподаватель, sidbersan@gmail.ru.