## МЕТАЛЛУРГИЯ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

## Материаловедение

УДК 539.4 DOI 10.31242/2618-9712-2020-25-2-11

## Квазихрупкое разрушение структурно-неоднородного материала с круговым отверстием при сжатии

### С.В. Сукнёв

Институт горного дела Севера им. Н.В. Черского СО РАН, Якутск, Россия suknyov@igds.ysn.ru

Аннотация. Представлены результаты экспериментального и теоретического исследования разрушения гипсовых плит, содержащих круговое отверстие и подверженных действию неравномерно распределенной сжимающей нагрузки. Испытывали образцы, изготовленные из высокопрочного гипса и из обычного строительного гипса. Образцы из высокопрочного гипса разрушались хрупко, в то время как образцы из строительного гипса продемонстрировали квазихрупкий характер разрушения. Для расчета критической нагрузки предложено использовать модифицированный нелокальный критерий разрушения, являющийся развитием критерия средних напряжений и содержащий комплексный параметр, характеризующий размер зоны предразрушения и учитывающий не только структуру материала, но также пластические свойства материала, геометрию образца и условия его нагружения. Результаты расчетов хорошо согласуются с полученными экспериментальными данными. Кроме того, применение модифицированного нелокального критерия позволило объяснить наблюдаемую в эксперименте смену характера разрушения с хрупкого на вязкий при увеличении размера отверстия. Полученные результаты имеют важное практическое значение для расчетов на прочность материалов и конструкций с концентраторами напряжений.

**Ключевые слова:** гипс, хрупкое разрушение, квазихрупкое разрушение, нелокальный критерий разрушения, отверстие, масштабный эффект.

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 18-05-00323.

#### Введение

Важное значение для целей гражданского и горно-технического строительства имеет совершенствование методов расчета на прочность материалов и конструкций, работающих в условиях концентрации напряжений. Структурно-неоднородные геоматериалы (бетон, гипс, горные породы) демонстрируют зависимость прочностных свойств от нагруженного объема (масштабный эффект), наиболее сильно проявляющуюся в условиях концентрации напряжений, когда эффективный нагруженный объем определяется зоной концентрации напряжений, размер которой мал по сравнению с характерными размерами деформируемого тела. В этих случаях для расчета критической нагрузки используют нелокальные и градиентные критерии разрушения [1–10].

Нелокальные критерии основаны на представлении о формировании в материале зоны предразрушения, в которой происходит локальное перераспределение напряжений, в то время как основной материал деформируется упруго вплоть до разрушения. В последнее время критерии получили развитие в рамках теории критических расстояний и механики конечных трещин [11–20]. Общим свойством нелокальных критериев является введение новой константы – внутреннего размера материала  $d_0$ , характеризующего его структуру, что позволяет описать масштабный эффект в условиях концентрации напряжений и тем самым расширить область применения по сравнению с традиционными критериями.

Вместе с тем, как было отмечено в работе [21], перераспределение напряжений в пределах размера  $d_0$  связано не с пластическими свойствами материала, а с дискретностью его структуры. Поэтому область применения нелокальных критериев – это, по преимуществу, хрупкое разрушение материалов с вырезами. Нелокальные критерии могут быть применены к случаю квазихрупкого разрушения, сопровождающегося образованием зоны маломасштабной текучести (зоны предразрушения) d, если ее размер не сильно отличается от  $d_0$ , т. е. при выполнении условия  $d \approx d = \text{const. B}$  эксперименте как хрупкое, так и квазихрупкое разрушение характеризуется, как правило, внезапным образованием и быстрым ростом трещины (при соблюдении необходимых условий для распространения неустойчивой трещины). Поэтому на практике определить степень «хрупкости» или «квазихрупкости» разрушения образцов с вырезами бывает очень сложно.

В настоящей работе экспериментально и теоретически исследовано влияние диаметра кругового отверстия на разрушение структурно-неоднородного материала (гипс) в зоне концентрации напряжений при неравномерно распределенном сжатии с учетом масштабного эффекта и выполнен анализ возможности применения нелокального критерия средних напряжений для описания квазихрупкого разрушения материала.

#### Методика эксперимента и материалы

Программа экспериментальных исследований включала проведение двух серий испытаний гипсовых образцов с круговым отверстием под действием неравномерно распределенного сжатия. Нагрузка *р* прикладывалась к образцу через жесткие вставки, помещенные между образцом и нагружающими плитами. Вставки размещали в центре верхней и нижней граней образца (рис. 1).

Испытывали образцы, изготовленные для первой серии экспериментов из водного раствора высокопрочного гипса, содержащего α-полугидрат сульфата кальция (гипс 1), и для второй серии экспериментов – из водного раствора строительного гипса, содержащего β-полугидрат сульфата кальция (гипс 2). В силу структурных особенностей α-модификация полугидрата сульфата кальция отличается пониженной водопотребностью, что обеспечивает более низкую пористость и, соот-



**Рис. 1.** Схема нагружения образца. **Fig. 1.** Scheme of the specimen loading.

ветственно, более высокие прочностные характеристики высокопрочного гипса по сравнению с обычным строительным гипсом.

Содержание полугидрата в исходном составе высокопрочного гипса составляло от 92 до 95 % (по результатам 5 измерений). Содержание полугидрата в исходном составе строительного гипса составляло от 80 до 84 % (по результатам 7 измерений). Для гипса 1 водный раствор приготавливали в соотношении (по весу) 1 часть воды на 2 части гипса, для гипса 2 – в соотношении 1 часть воды на 1,5 части гипса. Образцы представляли собой квадратные плиты размером 200 × 200 мм и толщиной 40 мм (гипс 1) и 36 мм (гипс 2). После изготовления образцы высушивали на воздухе в течение 30–40 суток, плотность образцов в сухом состоянии составила 1,34 г/см<sup>3</sup> (гипс 1) и 1,10 г/см<sup>3</sup> (гипс 2).

Перед испытанием в центре образцов высверливали круговые отверстия различного диаметра от 1 до 20 мм. Было изготовлено и испытано по 5 образцов с отверстиями каждого диаметра. Нагружение образцов производили через вставки размером 120 мм. В процессе испытания образцов в зонах концентрации растягивающих напряжений на контуре отверстия наблюдали образование трещин отрыва, которое носило внезапный характер и сопровождалось характерным щелчком. В образцах с отверстием диаметром от 5 до 20 мм трещины моментально распространя-



**Рис. 2.** Диаграммы деформирования образцов из гипса 1 (*a*) и гипса 2 (*б*) с отверстиями различного диаметра (*l* – 1 мм; *2* – 5 мм; *3* – 10 мм; *4* – 15 мм).

**Fig. 2.** Deformation diagrams of specimens from gypsum 1 (*a*) and gypsum 2 ( $\delta$ ) with holes of different diameters (1 - 1 mm; 2 - 5 mm; 3 - 10 mm; 4 - 15 mm).

лись на расстояние около 50 мм вдоль линии приложения сжимающей нагрузки, при дальнейшем нагружении их рост стабилизировался. В образцах с отверстием диаметром 1 и 2 мм трещины моментально распространялись практически на все вертикальное сечение образца. Образование трещин также сопровождалось локальной разгрузкой образца, что отражалось на диаграмме деформирования появлением зубца. Наибольшей разгрузке оказались подвержены образцы с отверстием наименьшего диаметра 1 мм. На рис. 2 показаны характерные диаграммы деформирования образцов с отверстиями различного диаметра в виде скриншотов окон программы testXpert с результатами испытаний. Критическую нагрузку в момент образования трещин определяли по вершине зубца на диаграмме.

Для определения прочности материала на сжатие использовали такие же квадратные образцы размером 200 × 200 мм без отверстия. Нагружение производили через вставки размером 200 мм. По результатам испытания 4 образцов из гипса 1 определено среднее значение предела прочности 34,11 МПа, стандартное отклонение составило 2,70 МПа. По результатам испытания 7 образцов из гипса 2 определено среднее значение предела прочности 11,53 МПа, стандартное отклонение составило 0,56 МПа.

Предел прочности материала на растяжение определяли из прямых экспериментов, т. е. путем испытания образцов на разрыв. Для этого были изготовлены образцы толщиной 21 мм корсетного типа с радиусом закругления рабочей части 110-120 мм и шириной в минимальном сечении 29 мм. Для исключения возможности передачи на образец изгибающих и крутящих моментов во время нагружения были разработаны и изготовлены специальные цепные захваты. Их использование позволило добиться равномерного растяжения в минимальном сечении образца. Было испытано по 10 образцов, изготовленных из гипса 1 и гипса 2. По результатам испытания образцов из гипса 1 определено среднее значение предела прочности 5,38 МПа, стандартное отклонение составило 0,47 МПа. Для гипса 2 среднее значение предела прочности составило 2,61 МПа, стандартное отклонение – 0,19 МПа.

#### Теоретический подход

Расчет критического давления производили по обычному и модифицированному критерию средних напряжений [21]. Критерий имеет вид

$$\langle \sigma_e \rangle_d < \sigma_0,$$

где  $\sigma_0$  – предел прочности материала при растяжении;  $\langle \sigma_e \rangle_d$  – усредненное на расстоянии d по опасному сечению значение эквивалентного напряжения, характеризующего внутреннее напряженное состояние деформируемого тела:

$$\langle \sigma_e \rangle_d = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} \sigma_e(x) \, dx \, ,$$

139



**Рис. 3.** Круговое отверстие при двухосном нагружении. **Fig. 3.** Circular hole under biaxial loading.

где  $x_0$  – координата точки максимума эквивалентного напряжения. Для хрупких материалов размер усреднения d полагают константой материала, характеризующей его структуру:  $d = d_0 = \text{const.}$ Эквивалентное напряжение будем определять по первой теории прочности (наибольших нормальных напряжений).

В работе [22] показано, что в результате нагружения образца по схеме, приведенной на рис. 1, в центральной части (вне зоны влияния отверстия) реализуется достаточно однородное двухосное напряженное состояние: растяжение усилиями ασ по горизонтальной оси и сжатие усилиями σ по вертикальной оси образца (рис. 3).

Критическое напряжение для образца с круговым отверстием радиуса *a*, подверженного двухосному нагружению [22]:

$$\sigma_c = 2\sigma_0 [(1+\gamma)\gamma^{-3} + \alpha(1+\gamma^{-1})(2+\gamma^{-1})]^{-1}, \quad (1)$$

где  $\gamma = 1 + d/a$ . При значении параметра  $\gamma = 1$  формула (1) дает расчет критического напряжения согласно традиционному критерию разрушения.

Чтобы воспользоваться формулой (1), предварительно рассчитывали значения  $\sigma$  и  $\alpha$  методом конечных элементов в центре образцов, нагруженных через вставки заданного размера и не содержащих отверстия. Для использованных в описанных выше экспериментах вставок значение  $\sigma$  составило 0,764 p,  $\alpha = 0,187$ .

Для описания квазихрупкого разрушения размер усреднения будем определять по формуле [21]

$$d = d_0 + \beta L_e, \tag{2}$$

где  $L_e$  – размер зоны концентрации напряжений,  $\beta$  – безразмерный параметр, характеризующий



Рис. 4. Распределение эквивалентного напряжения по опасному сечению.

Fig. 4. Distribution of equivalent stress over weak section.

пластичность материала. Для хрупких материалов  $\beta = 0$ , для пластичных материалов  $\beta >> 1$ . При  $\beta \sim 1$  материал характеризуется умеренными пластическими свойствами. Первое слагаемое в выражении (2) характеризует собственно структуру материала, а второе отражает вклад неупругих деформаций. Таким образом, пластические свойства материала начинают проявляться при  $d > d_0$  и проявляются тем сильнее, чем больше d по отношению к  $d_0$ . Если  $d = d_0$ , будем говорить о хрупком разрушении, которое при  $d >> d_0$  переходит в вязкое разрушение.

Размер зоны концентрации напряжений оценим следующим образом:

$$L_e = \frac{\sigma_e}{|\text{grad } \sigma_e|} \,. \tag{3}$$

На рис. 4 схематично показано распределение эквивалентного напряжения по опасному сечению, отнесенное к величине максимального эквивалентного напряжения на контуре отверстия. Из точки максимума проведена касательная до пересечения с осью x. В соответствии с (3) размер зоны концентрации напряжений  $L_e$  определяется длиной отрезка на оси x от контура отверстия до точки пересечения касательной с осью.

В соответствии с известным решением задачи Кирша распределение нормального напряжения  $\sigma_y$  вдоль линии приложения сжимающей нагрузки имеет вид

$$\sigma_{y} = \frac{\sigma}{2} \left( 3\frac{a^{4}}{x^{4}} - \frac{a^{2}}{x^{2}} \right) + \frac{\alpha\sigma}{2} \left( 2 + \frac{a^{2}}{x^{2}} + 3\frac{a^{4}}{x^{4}} \right).$$
(4)

Начало координат выбрано в центре отверстия, величина приложенного сжимающего напряжения  $\sigma$  принята положительной. Размер зоны концентрации напряжений, рассчитанный по формуле (3) с учетом (4), составил  $L_e = a \frac{1+3\alpha}{5+7\alpha}$ .

Соответственно, выражение для параметра у в формуле (1) принимает вид

$$\gamma = 1 + \frac{d_0}{a} + \beta \frac{1+3\alpha}{5+7\alpha}.$$
 (5)

В соответствии с формулой (1) и с учетом сделанных оценок для σ и α запишем выражение для критического давления в образце с круговым отверстием:

 $p_c = 2\chi C_0 [0,764(1+\gamma)\gamma^{-3}+0,143(1+\gamma^{-1})(2+\gamma^{-2})],$  (6) где  $\chi = \sigma_0 / C_0; C_0$  – предел прочности материала при сжатии. Параметр  $\gamma$  определяется формулой (5), в которой  $\alpha = 0,187.$ 

Асимптотическое (при а  $\rightarrow \infty$ ) значение критического давления:

$$T_s = T_0 \frac{2(1+3\alpha)}{(1+\gamma_s)\gamma_s^{-3} + \alpha(1+\gamma_s^{-1})(2+\gamma_s^{-2})}, \quad (7)$$

где  $\gamma_s = 1 + \beta \frac{1+3\alpha}{5+7\alpha}$ ,  $T_0 = 0.838 \chi C_0 -$ асимптоти-

ческое значение критического давления для хрупкого материала. Для квазихрупких материалов, характеризующихся умеренными пластическими свойствами, *T<sub>s</sub>* ≈ *T*<sub>0</sub>(1 + β/2).

#### Результаты и обсуждение

На рис. 5, *а* представлены экспериментальные данные (точки) о величине нагрузки в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия в зависимости от его диаметра *l*, полученные на образцах из гипса 1, и результаты расчета критического давления (кривая) по формуле (6) при  $\beta = 0$ . Размер  $d_0$  составил 0,6 мм и оказался сопоставимым с размером наиболее крупных пор. Штриховая прямая рассчитана согласно традиционному подходу.

На рис. 5, б приведены экспериментальные данные (точки) и результаты расчета критического давления для гипса 2 при значениях  $\beta = 0$ (кривая *I*) и  $\beta = 0,6$  (кривая *2*). Размер  $d_0$  составил 1,0 мм. В соответствии с формулой (7), напряжение  $T_s$  в первом случае равно  $T_0$  (штриховая прямая), во втором случае  $T_s = 1,3T_0$  (сплошная прямая).

Рисунок 5 иллюстрирует существенный масштабный эффект, т. е. влияние диаметра отверстия на локальную прочность материала. С его уменьшением критическое давление возрастает, достигая предела прочности на сжатие, с увеличением – асимптотически приближается к напряжению  $T_0$  для гипса 1 и к напряжению  $T_s$  для гипса 2. Такое поведение хорошо описывается модифицированным критерием средних напряжений, в котором размер усреднения *d* определяется по формуле (2).

Как видно из рис. 5, *a*, разрушение образцов из гипса 1, характеризующееся внезапным образованием на контуре отверстия и быстрым распространением вдоль оси сжатия трещин отрыва, может быть описано в рамках обычного критерия средних напряжений. Экспериментальные данные подтверждают предсказываемое нелокальным критерием асимптотическое стремление критического давления к значению, рассчитанному в соответствии с традиционным подходом для упругого тела. Все это позволяет



**Рис. 5.** Зависимость критического давления от диаметра отверстия для гипса 1 (a) и гипса 2 ( $\delta$ ). **Fig. 5.** Critical pressure versus hole diameter for gypsum 1 (a) and gypsum 2 (b).

охарактеризовать разрушение данного материала как хрупкое.

В то же время, применение критерия для описания экспериментальных данных, полученных на образцах из гипса 2 (см. рис. 5, б), позволяет получить удовлетворительные оценки величины критического давления только при малых (1-2 мм) диаметрах отверстия. Результаты расчетов, выполненных для больших диаметров отверстия, дают заниженные значения критического давления. Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при увеличении диаметра отверстия критическое давление асимптотически стремится к значению, превышающему на 30 % значение, рассчитанное для упругого тела. При этом, как и в первом случае, разрушение образцов из гипса 2 характеризуется внезапным образованием на контуре отверстия и быстрым распространением вдоль оси сжатия трещин отрыва. Все это позволяет охарактеризовать разрушение данного материала в исследованном диапазоне диаметров отверстия как квазихрупкое.

Такое поведение критического давления при разрушении образцов из гипса 2 хорошо описывается модифицированным критерием средних напряжений. В этом критерии структурный параметр (размер зоны предразрушения) *d* представляется в виде суммы двух слагаемых, первое из которых характеризует собственно структуру материала, а второе отражает формирование зоны неупругих деформаций и зависит от пластических свойств материала, геометрии образца и условий его нагружения (краевых условий). Такое представление структурного параметра по-



**Рис. 6.** Зависимость критического давления от диаметра отверстия.

Пояснения смотри в тексте.

**Fig. 6.** Critical pressure versus hole diameter. Notes see in text.

зволяет более полно описать процесс разрушения материала, в частности, переход от хрупкого разрушения к вязкому.

В работе [23] представлены экспериментальные данные о разрушении гипсовых образцов с круговым отверстием при одноосном сжатии. Образцы были изготовлены из водного раствора строительного гипса, содержавшего в исходном составе только 60–70 % β-полугидрата сульфата кальция. Значительное количество (до 40 %) содержавшегося в исходном составе двухводного сульфата кальция не участвовало в реакции гидратации при затворении гипсового вяжущего водой и фактически играло роль заполнителя, препятствуя формированию жесткого скелета. Это отразилось на механических свойствах образцов и на характере трещинообразования.

Формирование трещин отрыва на контуре кругового отверстия происходило по-разному для малых и больших отверстий. Их образование на контуре отверстий малого диаметра (до 5 мм включительно) носило внезапный характер, протяженность трещин в момент образования составляла 50–60 мм. Появление и распространение трещин на контуре отверстия большого диаметра (10 мм и более) происходило постепенно, что характерно для вязкого разрушения. После образования новых, удаленных от контура отверстия трещин раскрытие первичных трещин отрыва уменьшалось, их рост прекращался, на дальнейший процесс разрушения образца они влияния не оказывали.

В случае одноосного сжатия ( $\sigma = p$ ,  $\alpha = 0$ ) из формул (1), (2) получим выражение для критического давления:

$$p_s = \chi C_0 \frac{(1 + 2d_0/l + 0.2\beta)^3}{1 + d_0/l + 0.1\beta}.$$
 (8)

При  $l \to \infty$  имеем

$$T_s = T_0 \frac{(1+0,2\beta)^3}{1+0,1\beta} \,. \tag{9}$$

Здесь  $T_0$  представляет собой прочность материала при растяжении.

На рис. 6 представлены экспериментальные данные (точки) о величине нагрузки в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия в зависимости от его диаметра и результаты расчета критического давления по формуле (8) согласно обычному (кривая 1) и модифицированному (кривая 2) критерию средних напряжений. В последнем случае параметр  $\beta = 2,5$ . Размер  $d_0$  в первом случае составил 4,5 мм, во втором – 2 мм. В соответствии с формулой (9), напряжение  $T_s$  в первом случае равно  $T_0$  (штриховая прямая), во втором  $T_s = 2,7T_0$  (сплошная прямая). Экспериментальные данные хорошо описываются модифицированным критерием средних напряжений.

Из рис. 6 видно, что материал обладает более выраженными пластическими свойствами, чем исследованный в настоящей работе гипс 2. Но эти свойства начинают проявляться только тогда, когда размер зоны неупругих деформаций превысит характерный размер структуры материала. В противном случае пластическая зона мала и разрушение носит хрупкий (или квазихрупкий) характер. От соотношения этих размеров зависит, какой механизм разрушения (хрупкий или вязкий) будет реализован. Таким образом, условие хрупкого разрушения образцов с концентраторами напряжений можно представить в виде

$$\beta L_e < d_0,$$

При  $\beta = 0$  материал является хрупким по определению, а при  $\beta > 0$  характер разрушения определяется размером и формой концентратора напряжений, а также условиями нагружения (краевыми условиями). В образцах с отверстиями малого диаметра пластическая зона также мала и не оказывает влияния на характер разрушения. С увеличением диаметра размер пластической зоны увеличивается, и уже она определяет вязкий характер распространения трещины, что и наблюдалось в эксперименте.

В случае кругового отверстия можно сделать следующую оценку для диаметра отверстия  $l^*$ , начиная с которого распространение трещины будет носить вязкий характер:

## $l^* = 10d_0/\beta$ .

Рассчитанный по формуле (10) диаметр  $l^*$  составил 8 мм. Хотя формула (10) является оценочной, полученное значение  $l^*$  хорошо количественно согласуется с тем, что наблюдалось в эксперименте.

#### Заключение

Теоретически и экспериментально исследовано разрушение гипсового материала, содержащего концентратор напряжений (отверстие), при неравномерно распределенном сжатии и выполнен анализ возможности применения нелокального критерия средних напряжений для оценки разрушающей нагрузки. В результате проведенных лабораторных испытаний установлено, что образцы, изготовленные из высокопрочного гипса, разрушались хрупко, и в этом случае критическая нагрузка может быть рассчитана по обычному критерию средних напряжений. Образцы, изготовленные из строительного гипса, продемонстрировали квазихрупкий характер разрушения. В этом случае применение обычного критерия средних напряжений не позволяет получить удовлетворительные оценки разрушающей нагрузки. Поэтому для расчета разрушающей нагрузки предложено использовать модифицированный нелокальный критерий разрушения, являющийся развитием критерия средних напряжений и содержащий комплексный параметр, характеризующий размер зоны предразрушения и учитывающий не только структуру материала, но также пластические свойства материала, геометрию образца и условия его нагружения. Результаты расчетов по модифицированному критерию хорошо согласуются с полученными экспериментальными данными и, кроме того, позволяют объяснить наблюдаемую в эксперименте смену характера разрушения образцов при увеличении размера отверстия.

#### Литература

1. Новожилов В.В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, № 2. С. 212–222.

2. *Lajtai E.Z.* Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 1972. V. 8, No. 5. P. 569–578.

3. Whitney J.M., Nuismer R.J. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations // J. Compos. Mater. 1974. Vol. 8, No. 4. P. 253–265.

4. *Carter B.J., Lajtai E.Z., Yuan Y.* Tensile fracture from circular cavities loaded in compression // Int. J. Fract. 1992. V. 57, No. 3. P. 221–236.

5. Seweryn A., Mroz Z. A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading // Eng. Fract. Mech. 1995. V. 51, No. 6. P. 955–973.

6. *Mikhailov S.E.* A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria // Eng. Fract. Mech. 1995. V. 52, No. 4. P. 731–754.

7. Корнев В.М. Интегральные критерии хрупкой прочности трещиноватых тел с дефектами при наличии вакансий в носике трещины. Прочность компактированных тел типа керамик // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 168–177.

8. Сукнев С.В., Новопашин М.Д. Определение локальных механических свойств материалов // Докл. РАН. 2000. Т. 373, № 1. С. 48–50. DOI: 10.1134/ 1.1307085

9. *Левин В.А., Морозов Е.М.* Нелокальный критерий разрушения. Конечные деформации // Докл. РАН. 2002. Т. 386, № 1. С. 46–47.

10. *Torabi A.R., Pirhadi E.* Stress-based criteria for brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading // Eur. J. Mech. A/Solids. 2015. V. 49. P. 1–12.

11. Cornetti P., Pugno N., Carpinteri A., Taylor D. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion // Eng. Fract. Mech. 2006. V. 73, No. 14. P. 2021–2033.

12. *Taylor D*. The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics. Oxford: Elsevier, 2007. 284 p.

13. Justo J., Castro J., Cicero S., Sánchez-Carro M.A., Husillos R. Notch effect on the fracture of several rocks: Application of the Theory of Critical Distances // Theor. Appl. Fract. Mech. 2017. V. 90. P. 251–258.

14. Vargiu F., Sweeney D., Firrao D., Matteis P., Taylor D. Implementation of the Theory of Critical Distances using mesh control // Theor. Appl. Fract. Mech. 2017. V. 92. P. 113–121.

15. *Sapora A., Cornetti P.* Crack onset and propagation stability from a circular hole under biaxial loading // Int. J. Fract. 2018. V. 214, No. 1. P. 97–104.

16. Sapora A., Torabi A.R., Etesam S., Cornetti P. Finite Fracture Mechanics crack initiation from a circular hole // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 2018. V. 41, No. 7. P. 1627–1636.

17. Сукнёв С.В. Нелокальные критерии разрушения. Критерий конечной трещины // Природные ре-

сурсы Арктики и Субарктики. 2018. Т. 23, № 1. С. 67–74. DOI: 10.31242/2618-9712-2018-23-1-67-74

18. *Taylor D*. The Theory of Critical Distances applied to multiscale toughening mechanisms // Eng. Fract. Mech. 2019. V. 209. P. 392–403.

19. Vedernikova A., Kostina A., Plekhov O., Bragov A. On the use of the critical distance concept to estimate tensile strength of notched components under dynamic loading and physical explanation theory // Theor. Appl. Fract. Mech. 2019. V. 103, Article 102280. P. 1–11.

20. Justo J., Castro J., Cicero S. Notch effect and fracture load predictions of rock beams at different temperatures using the Theory of Critical Distances // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 2020. V. 125, Article 104161. P. 1–15.

21. *Сукнев С.В.* Нелокальные и градиентные критерии разрушения квазихрупких материалов при сжатии // Физическая мезомеханика. 2018. Т. 21, № 4. С. 22–32.

22. *Сукнев С.В.* Разрушение хрупкого геоматериала с круговым отверстием при двухосном нагружении // ПМТФ. 2015. Т. 56, № 6. С. 166–172. DOI: 10.1134/S1029959919060079

23. *Сукнев С.В.* Применение нелокальных и градиентных критериев для оценки разрушения геоматериалов в зонах концентрации растягивающих напряжений // Физическая мезомеханика. 2011. Т. 14, № 2. С. 67–75.

> Поступила в редакцию 14.04.2020 Принята к публикации 20.05.2020

#### Об авторе

СУКНЁВ Сергей Викторович, доктор технических наук, зав. лабораторией, Институт горного дела Севера им. Н.В. Черского СО РАН, 677980, Якутск, пр. Ленина, 43, Россия, suknyov@igds.ysn.ru.

#### Информация для цитирования

*Сукнёв С.В.* Квазихрупкое разрушение структурно-неоднородного материала с круговым отверстием при сжатии // Природные ресурсы Арктики и Субарктики. 2020. Т. 25, № 2. С. 137–146. https://doi. org/10.31242/2618-9712-2020-25-2-11

DOI 10.31242/2618-9712-2020-25-2-11

# Quasi-brittle fracture of a structurally inhomogeneous material with a circular hole under compression

### S.V. Suknev

Chersky Institute of Mining of the North, SB RAS, Yakutsk, Russia suknyov@igds.ysn.ru

**Abstract.** The paper presents results of experimental and theoretical studies on fracture of gypsum plates containing a circular hole and subjected to non-uniformly distributed compression. The tested specimens were made of high-strength gypsum, and from gypsum plaster. The specimens of high-strength gypsum were

broken in the brittle manner, while the specimens of gypsum plaster demonstrated quasi-brittle fracture. To calculate the critical load, amodified nonlocal fracture criterion is proposed, which is the development of the average stress criterion, and which contains a complex parameter that characterizes the size of the fracture process zone and accounts not only for the material structure, but also for the plastic properties of the material, geometry of the specimen, and its loading conditions. The calculation results are in good agreement with the experimental data. In addition, the application of the modified nonlocal criterion makes it possible to explain the change in the character of fracture from brittle to ductile with an increase in the size of the hole, observed in the experiment. The results obtained are of great practical significance for assessment on the strength of materials and structures with stress concentration.

Key words: gypsum, brittle fracture, quasi-brittle fracture, nonlocal fracture criterion, hole, size effect. *Acknowledgements.* The research was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research under grant number 18-05-00323.

#### References

1. *Novozhilov V.V.* On a necessary and sufficient criterion for brittle strength // J. Appl. Math. Mech. 1969. V. 33, No. 2. P. 201–210.

2. *Lajtai E.Z.* Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 1972. V. 8, No. 5. P. 569–578.

3. Whitney J.M., Nuismer R.J. Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations // J. Compos. Mater. 1974. Vol. 8, No. 4. P. 253–265.

4. *Carter B.J., Lajtai E.Z., Yuan Y.* Tensile fracture from circular cavities loaded in compression // Int. J. Fract. 1992. V. 57, No. 3. P. 221–236.

5. Seweryn A., Mroz Z. A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading // Eng. Fract. Mech. 1995. V. 51, No. 6. P. 955–973.

6. *Mikhailov S.E.* A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria // Eng. Fract. Mech. 1995. V. 52, No. 4. P. 731–754.

7. *Kornev V.M.* Integral criteria for the brittle strength of cracked bodies with defects in the presence of vacancies at the tip of a crack. Strength of compacted ceramics-type bodies // J. Appl. Mech. Tech. Phys.. 1996. V. 37, No. 5. P. 168–177.

8. Suknev S.V., Novopashin M.D. Determination of local mechanical properties of materials // Dokl. Phys. 2000. V. 373, No. 1. P. 48–50. DOI: 10.1134/1.1307085

9. Levin V.A., Morozov E.M. Nonlocal fracture criterion: Finite strains // Dokl. Phys. 2002. V. 386, No. 1. P. 46–47

10. *Torabi A.R., Pirhadi E.* Stress-based criteria for brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading // Eur. J. Mech. A/Solids. 2015. V. 49. P. 1–12.

11. Cornetti P., Pugno N., Carpinteri A., Taylor D. Finite fracture mechanics: a coupled stress and energy failure criterion // Eng. Fract. Mech. 2006. V. 73, No. 14. P. 2021–2033.

12. *Taylor D*. The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics. Oxford: Elsevier, 2007. 284 p.

13. Justo J., Castro J., Cicero S., Sánchez-Carro M.A., Husillos R. Notch effect on the fracture of several rocks: Application of the Theory of Critical Distances // Theor. Appl. Fract. Mech. 2017. V. 90. P. 251–258.

14. Vargiu F., Sweeney D., Firrao D., Matteis P., Taylor D. Implementation of the Theory of Critical Distances using mesh control // Theor. Appl. Fract. Mech. 2017. V. 92. P. 113–121.

15. Sapora A., Cornetti P. Crack onset and propagation stability from a circular hole under biaxial loading // Int. J. Fract. 2018. V. 214, No. 1. P. 97–104.

16. Sapora A., Torabi A.R., Etesam S., Cornetti P. Finite Fracture Mechanics crack initiation from a circular hole // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 2018. V. 41, No. 7. P. 1627–1636.

17. Suknyov S.V. Nonlocal fracture criteria. Finite fracture criterion // Arctic and Subarctic Natural Resources. 2018. V. 23, No. 1. P. 67–74. DOI: 10.31242/2618-9712-2018-23-1-67-74

18. *Taylor D*. The Theory of Critical Distances applied to multiscale toughening mechanisms // Eng. Fract. Mech. 2019. V. 209. P. 392–403.

19. Vedernikova A., Kostina A., Plekhov O., Bragov A. On the use of the critical distance concept to estimate tensile strength of notched components under dynamic loading and physical explanation theory // Theor. Appl. Fract. Mech. 2019. V. 103, Article 102280. P. 1–11.

20. Justo J., Castro J., Cicero S. Notch effect and fracture load predictions of rock beams at different temperatures using the Theory of Critical Distances // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 2020. V. 125, Article 104161. P. 1–15.

21. Suknev S.V. Nonlocal and gradient fracture criteria for quasi-brittle materials under compression // Phys. Mesomech. 2018. V. 21, № 4. P. 22–32. DOI: 10.1134/ S1029959919060079

22. Suknev S.V. Fracture of brittle geomaterial with a circular hole under biaxial loading // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2015. V. 56, No. 6. P. 166–172. DOI: 10.1134/S0021894415060188

23. *Suknev S.V.* Application of nonlocal and stress gradient criteria for estimation of fracture of geomaterials in tensile stress concentration zones // Fiz. Mezome-kh. 2011. V. 14, No. 2. P. 67–75.

#### С.В. СУКНЁВ

## About the author

SUKNEV Sergey Viktorovich, doctor of technical sciences, head of laboratory, Chersky Institute of Mining of the North SB RAS, 43 Lenina pr., Yakutsk, 677980, suknyov@igds.ysn.ru.

#### Citation

Suknev S.V. Quasi-brittle fracture of a structurally inhomogeneous material with a circular hole under compression // Arctic and Subarctic Natural Resources. 2020. Vol. 25, No. 2. P. 137–146. https://doi. org/10.31242/2618-9712-2020-25-2-11